

Οι πεπιοθήσεις των εκπαιδευτικών και το διδακτικό συμβόλαιο για την οπτικοποίηση

Περίληψη του άρθρου “Biza, I., Nardi, E., & Zachariades, T. (2009). Teacher beliefs and the didactic contract on visualisation. *For the Learning of Mathematics*, 29(3), 31-36.”

Το κυρίως θέμα του άρθρου:

Έχουμε αναπτύξει δραστηριότητες βασισμένες στην πραγματικότητα της τάξης που μπορούν να χρησιμοποιηθούν για να διερευνηθούν πτυχές της γνώσης, των πεπιοθήσεων και των πρακτικών των εκπαιδευτικών, αντί για θεωρητική και εκτός πλαισίου διερεύνηση. Σε αυτό το άρθρο, εξετάζουμε το διδακτικό συμβόλαιο των εκπαιδευτικών για οπτικοποίηση. Με διδακτικό συμβόλαιο εννοούμε τη συμφωνία (ενίοτε σιωπηρή) ανάμεσα σε έναν εκπαιδευτικό και τους μαθητές του/της σχετικά με το τι αναμένεται από τον καθένα στην τάξη. Σε αυτό το άρθρο εστιάζουμε στο διδακτικό συμβόλαιο που αναφέρεται για το αν και πώς οι οπτικές αναπαραστάσεις είναι αποδεκτό κομμάτι της μαθηματικής δραστηριότητας στην τάξη των μαθηματικών. Συγκεκριμένα, μπορούν οπτικές αναπαραστάσεις να χρησιμοποιηθούν ως μαθηματική απόδειξη ή μπορούν να λειτουργήσουν μόνον ως εργαλεία για την κατανόηση και εξήγηση; Για να απαντήσουμε στο ερώτημα αυτό, αναπτύξαμε τη δραστηριότητα για την Εφαπτομένη. Αυτό το άρθρο εξετάζει τις κοινές πεπιοθήσεις των μαθητών σχετικά με την εφαπτομένη: α) Μια γραμμή είναι εφαπτομένη σε μια καμπύλη αν υπάρχει ένα και μόνο ένα κοινό σημείο μεταξύ της γραμμής και της καμπύλης και β) Η εφαπτομένη έχει την καμπύλη σε ένα από τα ημι-επίπεδα που ορίζει. Αυτές οι πεπιοθήσεις είναι σωστές σε κάποιες περιπτώσεις, αλλά όχι σε όλες. Για παράδειγμα, στην περίπτωση της εφαπτομένης σε σημείο καμπής μιας καμπύλης, η εφαπτομένη τέμνει την καμπύλη και την χωρίζει σε δύο τμήματα. Η δραστηριότητα για την Εφαπτομένη εφιστά την προσοχή των εκπαιδευτικών σε αυτήν την περίπτωση, ζητώντας τη γνώμη τους για δύο προβληματικές απαντήσεις μαθητών στην παρακάτω ερώτηση:

Είναι η ευθεία $y = 2$ εφαπτομένη της γραφικής παράστασης της $f(x) = 3x^3 + 2$;

Η απάντηση του πρώτου μαθητή είναι αλγεβρική αλλά δεν αιτιολογεί ικανοποιητικά γιατί η ευθεία είναι εφαπτομένη. Απλά βασίζεται στο γεγονός ότι υπάρχει μόνο ένα κοινό σημείο μεταξύ της ευθείας και της καμπύλης. Η απάντηση του δεύτερου μαθητή είναι βασισμένη σε ένα οπτικό επιχείρημα (σχεδιάζοντας την καμπύλη και την ευθεία) και καταλήγει λανθασμένα ότι η ευθεία δεν είναι εφαπτομένη γιατί “τέμνει” την καμπύλη (σελ. 32). Καλέσαμε 91 εκπαιδευόμενους και εργαζόμενους Έλληνες καθηγητές να απαντήσουν γραπτά σε αυτή δραστηριότητα και μετά πήραμε συνέντευξη από 11 από αυτούς. Οι συμμετέχοντες εκπαιδευτικοί, καθώς ανταποκρίθηκαν στις απαντήσεις των μαθητών, αποκάλυψαν σημαντικές πτυχές των πεπιοθήσεών τους όπως συνοψίζουμε παρακάτω.

Σημαντικά αποτελέσματα:

- 43 από τους 91 καθηγητές πίστεψαν εσφαλμένα ότι η ευθεία δεν είναι εφαπτόμενη: 15 από αυτούς τους 43 πίστεψαν ότι αυτό ισχύει επειδή η ευθεία τέμνει την καμπύλη και 10 από αυτούς δεν ανέφεραν κανένα επιχειρήμα για να στηρίξουν το συμπέρασμά τους.
- Όσον αφορά την εγκυρότητα μιας οπτικής απόδειξης, οι πεπειθήμες των εκπαιδευτικών ποικίλλουν. Μερικοί αναφέρουν ότι δεν δέχονται ένα γράφημα ως απόδειξη, άλλοι ότι θα το δεχόταν ως απόδειξη αλλά σε ορισμένες περιπτώσεις, ενώ ορισμένοι πιστεύουν ότι η οπτική απόδειξη είναι αποδεκτή κι επιπλέον δείχνει βαθύτερη κατανόηση.
- “Αυτή η ποικιλία απόψεων για το πότε ένα οπτικό επιχειρήμα είναι αποδεκτό και πότε όχι, δεν είναι ξένο φαινόμενο στον κόσμο των μαθηματικών. Ωστόσο αν δεν αναφερθούμε ξεκάθαρα σε αυτό το φαινόμενο, μπορεί να επηρεαστεί σοβαρά το διδακτικό συμβόλαιο εκπαιδευτικού – μαθητών που αφορά στη μαθηματική επιχειρηματολογία και στην απόδειξη” (σελ. 35)
- Ένα λιγότερο ασαφές διδακτικό συμβόλαιο θα μπορούσε να δει ρητά την οπτικοποίηση ως ένα τρόπο διαίσθησης και την αλγεβρική απόδειξη ως τον τρόπο απόδειξης της εγκυρότητας της διαίσθησης. “Και στις δύο περιπτώσεις υπάρχει μια παιδαγωγική ευκαιρία για τη σύνδεση της απεικόνισης με την άλγεβρα και για την ενσωμάτωση της άλγεβρας στην άμεσα κατανοητή ερμηνεία της απεικόνισης.” (σελ. 35)
- Οι εκπαιδευτικοί παίρνουν αποφάσεις για την χρήση της οπτικοποίησης στη διδασκαλία τους αντικατοπτρίζοντας τους πολλούς και διαφορετικούς ρόλους τους μέσα στην τάξη ως: βοηθοί στην μάθηση των μαθητών, παρουσιαστές των καθιερωμένων μαθηματικών πρακτικών, και σύμβουλοι προετοιμασίας των μαθητών για τις εξετάσεις.
- Η διερεύνηση των απόψεων των εκπαιδευτικών σχετικά με συγκεκριμένες καταστάσεις διδασκαλίας μέσα από μια δραστηριότητα (παρόμοια με αυτή που χρησιμοποιείται στο παρόν έγγραφο) που την ακολουθεί μια συνέντευξη, όχι μόνον επιτρέπει να αποκαλυφθούν κρίσιμες πτυχές των απόψεών τους, αλλά και δημιουργεί ευκαιρίες για προβληματισμό και κατάρτιση των ίδιων των εκπαιδευτικών.

Πώς να χρησιμοποιήσετε τις παραπάνω ιδέες:

- Μοιραστείτε την παρούσα δραστηριότητα με τους συναδέλφους σας και συζητήστε την μαζί τους. Ποιές είναι οι διαφορετικές απαντήσεις που δώσατε εσείς και οι συνάδελφοί σας;
- Μπορείτε να σκεφτείτε κάποιο παρόμοιο παράδειγμα;
- Παρακαλούμε μοιραστείτε τις ιδέες σας μαζί μας στο @mathtask, <https://www.uea.ac.uk/groups-and-centres/a-z/mathtask>.